



## Αντί προλόγου

Το βιβλιοτετράδιο των Μαθηματικών απευθύνεται στους μαθητές των «Εκπαιδευτηρίων Καίσαρη» και χρησιμοποιείται αποκλειστικά μέσα στην σχολική αίθουσα. Σκοποί της συγγραφής του είναι:

- **Na παρουσιάσει στους μαθητές την θεωρία κάθε μαθήματος χωρίς να χάνουν χρόνο αντιγράφοντας από τον πίνακα σε κάθε παράδοση.**
- **Na λύσουν στην τάξη αρκετές εφαρμογές ώστε να κατανοήσουν τις έννοιες του κάθε μαθήματος.**
- **Na έχουν υποδείγματα ασκήσεων που θα τους διευκολύνουν στην καθημερινή τους μελέτη και στις εργασίες τους στο σπίτι.**
- **Na βρουν πιο οργανωμένη την θεωρία για να την διαβάσουν καθώς και να κατανοήσουν τον τρόπο που θα ερωτηθούν στην τάξη ή στις προαγωγικές εξετάσεις. Για το σκοπό αυτό στο τέλος κάθε κεφαλαίου υπάρχουν ερωτήσεις θεωρίας.**

Οι μαθητές πρέπει:

**Na το φέρνουν όποτε έχουν μαθηματικά.**

**Na μην σημειώνουν από το σπίτι τις ασκήσεις επόμενων μαθημάτων που δεν έχουν διδαχθεί.**

**Na σημειώνουν τις απορίες τους** (βάζοντας ένα ερωτηματικό και αφήνοντος χώρο για την εξήγηση ή ένα παράδειγμα).

**Για την δική σας διευκόλυνση κρατάτε συγκεντρωμένα όλα τα βιβλιοτετράδια για να έχετε την ύλη, ώστε εύκολα να κάνετε την γενική επανάληψη στο τέλος του έτους.**

# ΑΛΓΕΒΡΑ



## Περιεχόμενα

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1° – Οι φυσικοί αριθμοί

► A.1.2	Πρόσθεση, αφαίρεση και πολλαπλασιασμός φυσικών αριθμών	Σελ:5
► A.1.3	Δυνάμεις φυσικών αριθμών	Σελ:10
► A.1.4	Ευκλείδεια διαίρεση - Διαιρετότητα	Σελ:15
► A.1.5	Χαρακτήρες διαιρετότητας Μ.Κ.Δ – Ε.Κ.Π Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων	Σελ:18
► ΕΑ1	Επαναληπτικές ασκήσεις	Σελ:25
► ΕΘ1	Ερωτήσεις θεωρίας	Σελ:26

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2° – Τα κλάσματα

► A.2.1	Η έννοια του κλάσματος	Σελ:31
► A.2.2	Ισοδύναμα κλάσματα	Σελ:34
► A.2.3	Σύγκριση κλασμάτων	Σελ:36
► A.2.4	Πρόσθεση και αφαίρεση κλασμάτων	Σελ:40
► A.2.5	Πολλαπλασιασμός κλασμάτων	Σελ:42
► A.2.6	Διαίρεση κλασμάτων	Σελ:46
► ΕΑ2	Επαναληπτικές ασκήσεις	Σελ:49
► ΕΘ2	Ερωτήσεις θεωρίας	Σελ:51

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3° – Δεκαδικοί αριθμοί

► A.3.1	Δεκαδικά κλάσματα - Δεκαδικοί αριθμοί - Διάταξη - Στρογγυλοποίηση	Σελ:54
---------	---	--------

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4° – Εξισώσεις και προβλήματα

► A.4.1	Η έννοια της εξίσωσης	Σελ:58
---------	-----------------------	--------

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5° – Ποσοστά

► A.5.1	Ποσοστά	Σελ:66
► A.5.2	Προβλήματα με ποσοστά	Σελ:70
► ΕΘ5	Ερωτήσεις θεωρίας	Σελ:77

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6° – Ανάλογα Ποσά**

▶ A.6.1	Παράσταση σημείου στο επίπεδο	Σελ:78
▶ A.6.2	Λόγος δύο αριθμών- Αναλογία	Σελ:82
▶ A.6.3	Ανάλογα ποσά – Ιδιότητες αναλόγων ποσών	Σελ:85
▶ A.6.4	Γραφική παράσταση σχέσης αναλογίας	Σελ:88
▶ A.6.5	Προβλήματα αναλογιών	Σελ:90
▶ A.6.6	Αντιστρόφως ανάλογα ποσά	Σελ:92
▶ ΕΘ6	Ερωτήσεις θεωρίας	Σελ:95

# **ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**



## **Περιεχόμενα**

### **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1° – Βασικές γεωμετρικές έννοιες**

▶ B.1.1	Σημείο – Ευθύγραμμο τμήμα – Ευθεία – Ήμιευθεία – Επίπεδο	Σελ:98
▶ B.1.2	Γωνία – Γραμμή – Ευθύγραμμα σχήματα – Ίσα σχήματα	Σελ:100
▶ B.1.3	Σύγκριση ευθυγράμμων τμημάτων – Απόσταση – Μέσο	Σελ:103
▶ B.1.4	Πρόσθεση και αφαίρεση ευθύγραμμων τμημάτων	Σελ:105
▶ B.1.5	Μέτρηση γωνιών – Διχοτόμος γωνίας	Σελ:108
▶ B.1.6	Είδη γωνιών – Κάθετες ευθείες	Σελ:111
▶ B.1.7	Εφεξής και διαδοχικές γωνίες – Άθροισμα γωνιών	Σελ:113
▶ B.1.8	Παραπληρωματικές – Συμπληρωματικές – Κατακορυφήν γωνίες	Σελ:116
▶ B.1.9	Θέσεις ευθειών στο επίπεδο	Σελ:121
▶ B.1.10	Απόσταση σημείου από ευθεία – Απόσταση παράλληλων	Σελ:123
▶ B.1.11	Κύκλος και στοιχεία κύκλου	Σελ:124
▶ B.1.13	Θέσεις ευθείας και κύκλου	Σελ:126
▶ Ε1	Ερωτήσεις θεωρίας	Σελ:127

### **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2° – Συμμετρία**

▶ B.2.1	Συμμετρία ως προς άξονα	Σελ:134
▶ B.2.2	Άξονας συμμετρίας	Σελ:137
▶ B.2.3	Μεσοκάθετη ευθυγράμμου τμήματος	Σελ:139
▶ B.2.4	Συμμετρία ως προς σημείο	Σελ:144
▶ B.2.5	Κέντρο συμμετρίας	Σελ:146
▶ B.2.6	Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από άλλη ευθεία	Σελ:147
▶ Ε2	Ερωτήσεις θεωρίας	Σελ:155

## **ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3<sup>ο</sup> – Τρίγωνα – Παραλληλόγραμμα - Τραπέζια**

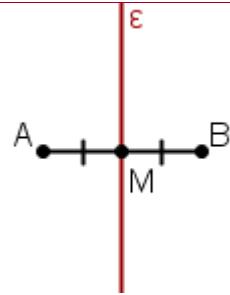
<b>B.3.1</b>	Στοιχεία τριγώνου – Είδη τριγώνων	Σελ:157
<b>B.3.2</b>	Άθροισμα γωνιών τριγώνου – Ιδιότητες ισοσκελούς	Σελ:161
<b>B.3.3</b>	Παραλληλόγραμμο – Ορθογώνιο – Ρόμβος – Τετράγωνο – Τραπέζιο– Ισοσκελές τραπέζιο	Σελ:169
<b>E3</b>	Ερωτήσεις θεωρίας	Σελ:171

**Σχολικό έτος: 2015-2016**

**© Επιμέλεια : Σταμάτης Μακρής - Μαθηματικός**

Ορισμός:

- Μεσοκάθετη ευθυγράμμου τμήματος λέγεται η ευθεία που είναι κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα και διέρχεται από το μέσον του.



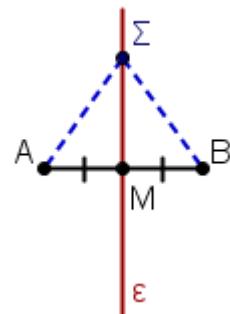
Χαρακτηριστική ιδιότητα:

- Κάθε σημείο της μεσοκάθετου ενός ευθυγράμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του.

*Δηλαδή:* Το σημείο  $\Sigma$  ανήκει στη μεσοκάθετη του  $AB$ , τότε  $\Sigma A = \Sigma B$ .

- Κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα του ενός ευθυγράμμου τμήματος βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετη του.

*Δηλαδή:* Αν  $\Sigma A = \Sigma B$ , τότε το σημείο  $\Sigma$  ανήκει στη μεσοκάθετη του  $AB$ .



### Εφαρμογή 1<sup>η</sup>

**Κατασκευή μεσοκάθετου:**

Να κατασκευάσετε με κανόνα και διαβήτη τη μεσοκάθετη του τμήματος  $AB$ .

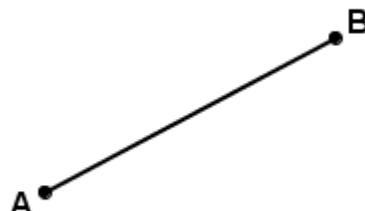


Να γράψετε τα βήματα της κατασκευής. [\(Μπορείς να δεις το βιντεομάθημα\)](#)

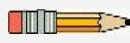
Βήμα 1<sup>ο</sup>:



Βήμα 2<sup>ο</sup>



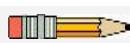
Βήμα 3<sup>ο</sup>



### Εφαρμογή 2<sup>η</sup>

Να χωρίσετε με κανόνα και διαβήτη το ευθύγραμμο τμήμα AB σε 4 ίσα.

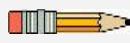
Να γράψετε τα βήματα της κατασκευής.



### Εφαρμογή 3<sup>η</sup>

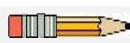
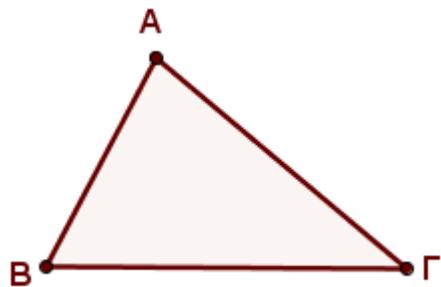
Από σημείο A εκτός ευθείας ε να φέρετε με κανόνα και διαβήτη την κάθετη στην ευθεία ε. Να γράψετε τα βήματα της κατασκευής.





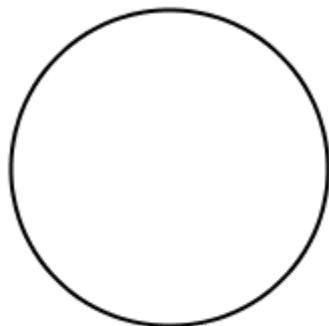
#### Εφαρμογή 4<sup>η</sup>

Σε τρίγωνο ΑΒΓ να κατασκευάσετε τις μεσοκάθετες των πλευρών του.  
Τι παρατηρείτε;



#### Εφαρμογή 6<sup>η</sup>

Να προσδιορίσετε το κέντρο του παρακάτω κύκλου.



## ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

- ◆ Η μεσοκάθετη ενός ευθυγράμμου τμήματος είναι και άξονας συμμετρίας του.
- ◆ Αν δύο σημεία E και Z ισαπέχουν από δύο άλλα σημεία A και B, τότε η ευθεία EZ είναι η μεσοκάθετη του τμήματος AB.

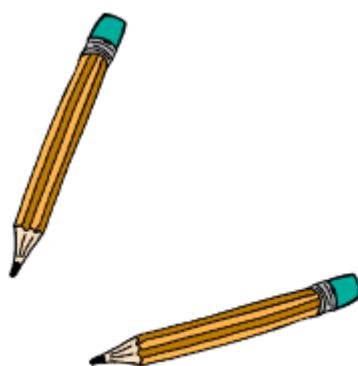


## Εφαρμογή 7<sup>η</sup>

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε ένα μολύβι και το συμμετρικό του.



Να προσδιορίσετε τον άξονα συμμετρίας.



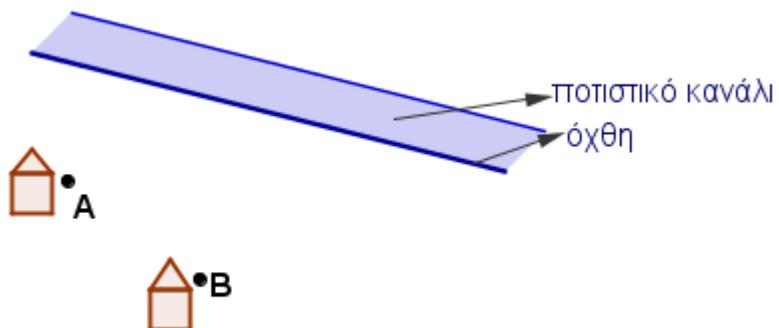
## Εφαρμογή 8<sup>η</sup>

Ένα ποτιστικό κανάλι περνάει κοντά από δύο αγροτόσπιτα A και B.

Οι ιδιοκτήτες των σπιτιών θέλουν να εγκαταστήσουν μια βάνα (βρύση) σε κάποιο σημείο της όχθης του καναλιού, ώστε να ποτίζουν τα χωράφια τους.



Να υποδείξετε το κατάλληλο σημείο στη όχθη που να ισαπέχει από τα δύο σπίτια.



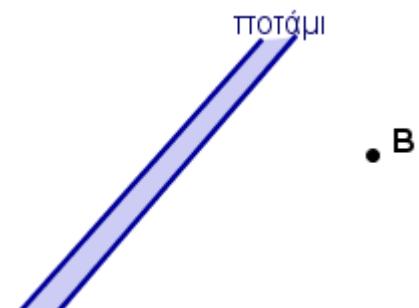


## ΑΣΚΗΣΕΙΣ



Μπορείς να εξασκηθείς σε ερωτήσεις αυτοαξιολόγησης στη θεωρία του μαθήματος.

- 1) Να σχεδιάσετε ένα κύκλο με κέντρο K, και μια χορδή του AB. Να κατασκευάσετε τη μεσοκάθετη της χορδής AB και να ονομάσετε M και N τα σημεία στα οποία τέμνει τον κύκλο.
  - α) Να συγκρίνετε τις χορδές MA και MB και να δικαιολογήσετε το αποτέλεσμα
  - β) Να συγκρίνετε τις χορδές NA και NB και να δικαιολογήσετε το αποτέλεσμα
  - γ) Να δικαιολογήσετε γιατί το κέντρο K είναι σημείο της μεσοκαθέτου
- 2) Να γράψετε ένα ευθύγραμμο τμήμα  $KL = 7 \text{ cm}$ . Να χωρίσετε το KL σε τέσσερα άλλα ίσα ευθύγραμμα τμήματα.
- 3) Να γράψετε μια ευθεία ε και ένα σημείο M της ευθείας.  
Χρησιμοποιώντας μόνο χάρακα και διαβήτη να κατασκευάσετε την κάθετη ευθεία στην ευθεία ε που διέρχεται από το σημείο της A.
- 4) Να γράψετε μια ευθεία ε και ένα σημείο O της ευθείας. Να γράψετε μια ημιευθεία Ox που να μην περιέχεται στην ευθεία ε. Να πάρετε δύο σημεία A και B στην Ox και να βρείτε ένα σημείο της ευθείας που να ισαπέχει από τα σημεία A και B.



- 5) Στο διπλανό σχήμα έχουμε ένα ποτάμι και τα χωριά A και B.  
Σε ποιο σημείο του ποταμού πρέπει να κατασκευαστεί γέφυρα, ώστε να απέχει εξίσου από τα δύο χωριά A και B;
- 6) Σε τυχαίο τετράπλευρο ABCD να κατασκευάσετε:
  - α) τις μεσοκάθετες των πλευρών AB και BG και να ονομάσετε M το σημείο τομής τους,
  - β) τις μεσοκάθετες των πλευρών BD και AD και να ονομάσετε N το σημείο τομής τους,
  - γ) Να γράψετε την ευθεία MN και να εξετάσετε αν είναι μεσοκάθετη της διαγωνίου AG.
- 7) α) Να κατασκευάσετε ισοσκελές τρίγωνο με βάση 4cm και ίσες πλευρές 5cm.  
β) Να κατασκευάσετε ισοσκελές τρίγωνο με βάση 4cm και ίσες πλευρές 5cm.

- (Μπορείς να δεις τα βιντεομάθηματα)

